Stigningstall og derivasjon
Hovedpunkt og oppgaver før forelesning.

Kjell Arne Brekke

January 11, 2012

1 Inledning

Dette notatet er noen begreper og noen oppgaver som kan hjelpe deg til å forberede deg til forelesningene om derivasjon. Om du **prøver** å regne deg gjennom disse oppgavene vil det være mye lettere å følge med på det som blir gjennomgått på forelesningen. Men ikke bli motløs om du finner det vanskelig, vi skal gå gjennom dette på forelesningen.

2 Stigningstallet til en rett linje

For rette linjer er det lett å regne ut stigningstallet, se avsnitt 3.4 i læreboka.

Jeg minner om at når en rett linje går gjennom punktene

$$(x_0, y_0) \text{ og } (x_1, y_1)$$

er stigningstallet

$$a = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}$$

Stigningstallet forteller hvor mye y vokser når x vokser en enhet.

3 Stigningtallet til en sekant

En sekant er en linje som går gjennom to punkter på grafen til funksjonen, se læreboka. Ta funksjonen

$$f(x) = x^2$$

som eksempel. Vi vil finne to punkter på grafen. F.eks. om vi velger $x = x_0 = 1$ blir

$$y_0 = f(x_0) = f(1) = 1^2 = 1$$

Så ett punkt på grafen er $(x_0, y_0) = (1, 1)$.Tilsvarende, om $x_1 = 2$, får vi

$$y_1 = f(x_1) = f(2) = 2^2 = 4$$

Med andre ord er $(x_1, y_1) = (2, 4)$ også et punkt på grafen. Ved formelen ovenfor finner vi så stigningstallet for linja gjennom disse punktene.

$$a = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0} = \frac{4 - 1}{2 - 1} = \frac{3}{1} = 3$$

Stigningstallet for denne linja er altså 3.

Vi gjør så det samme en gang til, og velger samme verdi på $x_0 = 1$, men nå velger vi $x_1 = 1.1$. Først regner vi ut

$$y_0 = f(x_0) = x_0^2 = 1^2 = 1$$

På samme måte kan vi regne ut

$$y_1 = f(x_1) = x_1^2$$

Oppgave 1 *Regn ut y_1 med formelen $y_1 = f(x_1) = x_1^2$ når $x_1 = 1.1$ og regn deretter ut stigningstallet $a = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}$. (Husk at vi har alt funnet at $y_0 = 1$ når $x_0 = 1$.) Hva blir stigningstallet?*

Stigningstallet blir

1. $a = 30$
2. $a = 0.3$
3. $a = 2.1$
4. $a = 0.21$

4 Den deriverte

Ovenfor har vi sett på stigningstallet til en sekant, altså en linje som skjærer grafen i to punkter. Når de to punktene ligger tett sammen blir det nesten som en tangent (se læreboka) og stigningstallet til tangenten er det vi kaller den deriverte, og skriver det som $f'(x)$.

I læreboka avsnitt 5.6 (og på forelesning) finner vi potensregelen for derivasjon. Denne forteller oss hva den deriverte blir dersom funksjonen er en potensfunksjon.

$$\text{Dersom } f(x) = x^a \text{ så er } f'(x) = ax^{a-1}$$

Funksjonen vi så på ovenfor, $f(x) = x^2$ er en potensfunksjon; om vi velger $a = 2$ så blir $x^a = x^2$.

Oppgave 2 *Bruk potensregelen til å finne $f'(x)$ når $f(x) = x^2$.*

Den deriverte blir

1. $f'(x) = 2x$
2. $f'(x) = 2x^2$
3. $f'(x) = x^2$

5 Voksende og avtagende

Et sentralt begrep i fortsettelsen er om funksjoner er voksende eller avtagende, dette diskuteres i avsnitt 5.3. En funksjon er voksende dersom for alle mulig valg av x_0 og x_1 slik at $x_1 > x_0$ så er $f(x_1) > f(x_0)$.

Oppgave 3 *Vi skal se på forelesning at funksjonen* $f(x) = x + x^3$ *voksende. Hva kan du da si om fortegnet på stigningstallet til en sekant gjennom to vilkårlige punkt på grafen til* $f(x) = x + x^3$*?*

1. *Stigningstallet er positivt.*
2. *Stigningstallet er negativt.*